UFR de Sciences–UCN Année 2015-16
2ième Contrôle Continu
ULM4E Mathématiques Discrètes
Durée : 1 heure.

Mercredi 24 février 2016

Exercice 1. On pose $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+2)}$.

1) Rappelez la définition de la factorielle descendante $x^{\underline{-m}}$ quand $m \geq 1$.

2) Résolvez S_n et exprimez votre réponse sous la forme $c - f(n)$, où c est une constante > 0 et $f(n)$ une fonction de n de limite nulle quand n grandit.

Exercice 2. On rappelle que la suite des nombres de Fibonacci (F_n) est définie par le fait que $F_0 = 0$, $F_1 = 1$ et que, pour tout entier n, négatif comme positif, on a $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$.

1) Calculez F_{-2}, F_{-1}, F_2, F_3, F_4 et F_5.

2) Calculez la dérivée discrète, ΔF_x, de F_x, puis trouvez une primitive discrète de F_x.

3) Retrouvez la valeur de la somme $\sum_{k=1}^{n} F_k$ par intégration, i.e., par l'utilisation d'une primitive discrète.

4) Retrouvez la valeur de la somme $\sum_{k=1}^{n} kF_k$ cette fois par une sommation par parties.

Exercice 3. Soit $n \geq 2$ un entier. On pose $T_n = \sum_{k=1}^{n-1} kH_k$, où H_k est le $k$ième nombre harmonique.

1) Calculez la valeur de T_3.

2) Utilisez une sommation par parties avec $u = H_x$ pour résoudre T_n.